

VIKTORS AJEVSKIS
GUNDARS DĀVIDSONS

DINAMISKO FAKTORU MODEĻU LIETOJUMS LATVIJAS IEKŠZEMES KOPPRODUKTA PROGNOZĒŠANĀ

2•2008



SATURS

Kopsavilkums	2
Ievads	3
1. Stoka–Votsona faktoru modelis	4
2. M. Forni, M. Alēna, M. Lipi un L. Reihlinas GDFM	6
3. Stoka–Votsona faktoru modeļa un GDFM salīdzinājums	6
4. Izmantotie dati	7
5. Empīriskie rezultāti	8
Secinājumi	11
Pielikumi	12
Literatūra	21

SAĪSINĀJUMI

ADL modelis – autoregresijas sadalīto laika nobīžu modelis (<i>Autoregressive Distributed Lags Model</i>)
APT – arbitrāžas cenu noteikšanas teorija (<i>Arbitrage Pricing Theory</i>)
ASV – Amerikas Savienotās Valstis
BIK – Beijesa informācijas kritērijs (<i>Bayesian Information Criterion</i>)
CSP – Latvijas Republikas Centrālā statistikas pārvalde
DSGE modelis – dinamiskais stohastiskais vispārējā līdzsvara modelis (<i>Dynamic Stochastic General Equilibrium Model</i>)
GDFM – vispārējais dinamiskais faktoru modelis (<i>Generalised Dynamic Factor Model</i>)
IKP – iekšzemes kopprodukts
RMSFE – vidējā kvadrātiskā prognozēšanas kļūda (<i>root mean squared forecast error</i>)
VAR – vektoru autoregresija

KOPSAVILKUMS

Pētījuma mērķis ir novērtēt modeļus, kuri izmanto lielu ekonomisko mainīgo datu kopu, lietojuma lietderību Latvijas IKP prognozēšanā. Šim mērķim tiek izmantoti divi faktoru modeļi: Stoka–Votsona faktoru modelis un vispārējais dinamiskais faktoru modelis, šo modeļu prognožu rezultātus salīdzinot ar autoregresīvo parauga modeli. Rezultāti rāda, ka gan Stoka–Votsona faktoru modelis, gan arī vispārējais dinamiskais faktoru modelis salīdzinājumā ar vienkāršākiem autoregresīvajiem modeļiem tomēr spēj sniegt prognozes uzlabojumu, taču pagaidām šis uzlabojums nav statistiski nozīmīgs, ja lieto formāli statistiskus tekstus.

Atslēgvārdi: *prognozēšana, faktoru modeļi, plašas dimensijas*

JEL klasifikācija: *C32, C33, C53*

IEVADS

Valstu centrālajās bankās prognozēšana ir viena no svarīgākajām norisēm lēmumu pieņemšanas procesā. Mēģinot iegūt iespējami precīzākas prognozes, centrālās bankas pastāvīgi pilnveido prognozēšanas metodiku, izmantojot mūsdienu prognozēšanas metodes. Gatavojot prognozi, izmanto informāciju no daudzām laikrindām un dažādiem ekonometriskajiem modeļiem. Šīs pieejas priekšrocība – potenciāli svarīga informācija nepaliek neizmantota.

Centrālo banku izmantotie modeļi ir ļoti atšķirīgi pēc lietotajiem mainīgajiem, ekonometriskās tehnikas un ekonomiskajām teorijām, uz kurām tie pamatojas.

Lielākā daļa centrālo banku kā bāzes modeļus lieto tradicionālus strukturālos makroekonomiskos modeļus. Pēdējā laikā tos aizvieto ar DSGE modeļiem, kuriem ir labāks teorētiskais pamatjums. Īstermiņa prognozēšanai papildus strukturālajiem modeļiem centrālās bankas bieži izmanto dažādus laikrindu ekonometriskos modeļus, kuros nav ietverta ekonomikas teorija. Viendimensijas laikrindu modeļus un nelielas dimensijas VAR modeļus pašlaik izmanto kā īslaicīgo prognožu standartmodeļus.

Par optimālo prognozi no teorijas viedokļa, t.i., prognozi ar minimālo vidējo kvadrātisko novirzi, uzskata nosacīto matemātisko cerību, kas balstās uz visu pieejamo informāciju. No praktiskā viedokļa informācija, kas attiecas uz kāda mainīgā prognozi, var būt ļoti plaša. Centrālās bankas veic desmitiem vai pat simtiem makroekonomisko rādītāju pārraudzību, un katrs no tiem var sniegt lietderīgu informāciju. B. S. Bernanke (*B. S. Bernanke*) un Ž. Buavēns (*J. Boivin*) to nosauca par vispusīgu pieeju (*looking at everything*).⁽³⁾ Regresijas veida (VAR modeļu) daudzu mainīgo izmantošana samazina novērtējumu efektivitāti (sekas – prognozes kvalitātes pasliktināšanās, jo vispār nav iespējams veikt novērtēšanu, ja mainīgo daudzums pārsniedz novērojumu skaitu). Minētie apstākļi stimulē makroekonomisko pētījumu virzienus, kuri veltīti formālu statistisko modeļu ar informācijas izmantošanu, kas iegūta no daudziem mainīgajiem, veidošanai. Šo pētījumu virzienu sauc par dinamisko faktoru analīzi. Ideja, kas ir šīs pieejas pamatā, balstās uz pieņēmumu, ka makroekonomisko mainīgo dinamikas virzošie spēki ir daži nenovērojami faktori, kurus var novērtēt, izmantojot plašus paneļa datus. Tāad informāciju, kura ietilpst daudzos mainīgajos, var izmantot mazas dimensijas prognozēšanas modeļu konstruēšanai.

Faktoru modeļu struktūra paredz, ka katra mainīgā dinamiku var raksturot ar divu savstarpēji ortogonālu komponentu palīdzību: 1) kopīgā komponente, kas ir kopīgo faktoru lineāra kombinācija un tādējādi cieši korelē ar visiem paneļa mainīgajiem; un 2) idiosinkrātiskās (*idiosyncratic*) komponentes, kuras satur specifisku informāciju par katru mainīgo un ir vāji korelētas ar mainīgajiem plašās dimensijās. Dažādi faktoru modeļu veidi atšķiras ar savām kopīgo un specifisko komponentu īpašībām. Klasiskais faktoru modelis paredz, ka mainīgo idiosinkrātiskās (specifiskās) komponentes ir savstarpēji ortogonālas. G. Čemberlena (*G. Chamberlain*) un M. Rotšilda (*M. Rothschild*) aptuveno faktoru modelī (*approximate factor model*)⁽⁷⁾ un G. Konora (*G. Connor*) un R. A. Korajčika (*R. A. Korajczyk*) jeb vispārinātājā statistiskajā faktoru modelī pieļauta mērena korelācija starp idiosinkrātiskajām komponentēm.⁽⁹⁾ Šie modeļi parasti lietoti

finanšu ekonometrijā un APT. Cits klasiskā faktoru modeļa pilnveidojums bija pieņemums par mainīgo dinamisko savstarpējo atkarību.(15; 23) Šo pētījumu virzienu parasti sauc par dinamisko faktoru analīzi.

Dž. Stoks (*J. Stock*) un M. V. Votsons (*M. W. Watson*) ieviesa dinamisku aptuveno statisko faktoru modelī.(28) Tika pieņemts, ka kopīgie faktori ietekmē novēroto mainīgo ar kādu galīgu laika nobīžu (*lags*) skaitu. Dinamisku modelī rada faktoru novēloto vērtību iekļaušana modeļa specifikācijā. Dinamiskā faktoru modeļa statistikas reprezentācijas priekšrocība ir novērtēšanas tehnikas vienkāršība. Statistiskie faktori vispārinātā faktoru modelī var būt novērtēti ar galveno komponentu metodes palīdzību.

GDFM, kuru piedāvāja M. Forni (*M. Forni*), M. Alēns (*M. Hallin*), M. Lipi (*M. Lippi*) un L. Reihlina (*L. Reichlin*) (12; 13), izmanto datu dinamisko struktūru, novērtējot faktorus kā spektrālā blīvuma matricas dinamiskās galvenās komponentes.

Faktoru modeļi galvenokārt izmantoti inflācijas un IKP prognozēšanai ASV (14; 27; 28), eiro zonas valstīs – Vācijā, Nīderlandē, Austrijā, Beļģijā un Francijā (2; 6; 12; 13; 17; 20; 22; 24; 25; 26 u.c.), Jaunzēlandē, Kanādā un Austrālijā (8; 19), Lielbritānijā (1; 2). Šo pētījumu rezultāti parādīja, ka parasti faktoru modeļu prognožu vidējā kvadrātiskā kļūda ir mazāka nekā prognozēm, kas balstītas uz vienkāršāka parauga modeļiem (*smaller benchmark models*), piemēram, autoregresīvajiem modeļiem.

Šā pētījuma mērķis ir noskaidrot, cik lielā mērā minētie modeļi salīdzinājumā ar vienkāršākiem modeļiem uzlabo prognozēšanas rezultātus, izmantojot Latvijas datus. Lai gan citās valstīs modeļi darbojas apmierinoši, jāņem vērā Latvijas specifika – strukturālās pārmaiņas un īsās laikrindas. Svarīgākie dati pieejami no 20. gs. 90. gadu vidus, tomēr liela daļa datu, kuri varētu labi raksturot situāciju, īpaši operatīvā novērtējuma (*nowcasting*) prognozēm, kur ieguvums no faktoru modeļiem potenciāli varētu būt vislielākais, pieejami no vēlākiem periodiem.

Pētījuma 1. un 2. nodaļā īsumā raksturoti abi darbā lietotie modeļi. 3. nodaļā modeļi salīdzināti savā starpā. 4. nodaļā minēti pētījumā izmantotie dati. 5. nodaļa veltīta šā darba empīriskajiem rezultātiem, bet pētījuma noslēgumā sniegti secinājumi par modeļu lietojumu un ieteicamo turpmāko darbu šajā jomā.

1. STOKA–VOTSONA FAKTORU MODELIS

Pētījumā izmantoti divi modeļi. Pirmais ir Stoka–Votsona faktoru modelis.(28) Pieņem, ka ar šā modeļa palīdzību vēlas prognozēt skalāro laikrindu y_t . Apskata gadījumu, kad X_t ir n -dimensiju indikatoru vektors (stacionārs un ar vidējo – nulle) ar $t = 1, 2, \dots, T$.

Dž. Stoks un M. Votsons (27) pieņem, ka (y_t, X_t) dinamika raksturota ar šādu faktoru modeli:

$$y_{t+j} = \beta(L)f_t + \gamma(L)y_t + u_{t+j} \quad [1],$$

$$X_{it} = \lambda_i(L)f_t + \xi_{i,t}, \quad i = \overline{1, n} \quad [2],$$

kur $\xi_{i,t}$ – idiosinkrātisko komponentu kļūdas, $\beta(L)$, $\gamma(L)$ un $\lambda_i(L)$ – laika nobīžu polinomi un f_t – m -dimensiju kopīgo faktoru vektors. Turklāt pieņem, ka

$$E[u_t | X_t, f_{t-1}, y_{t-1}, X_{t-2}, f_{t-2}, y_{t-2}, \dots] = 0$$

Tādējādi labāka y_{t+1} prognoze (RMSFE nozīmē) ar pieejamo informāciju t laikā ir $\hat{y}_{t+1} = \beta(L)f_t + \gamma(L)y_t$. $\beta(L)$, $\gamma(L)$ un $\lambda_i(L)$ ir galīgas kārtas polinomi, kuri definēti šādi:

$$\beta(L) = \sum_{j=0}^q \beta_j L^j,$$

$$\gamma(L) = \sum_{j=0}^q \gamma_j L^j,$$

$$\lambda(L) = \sum_{j=0}^q \lambda_j L^j.$$

Ar šo pieņēmumu modeli [1] un [2] var pārrakstīt statistiskā veidā:

$$y_{t+1} = \beta' F_t + \gamma(L)y_t + u_{t+1}$$

$$X_t = \Lambda F_t + \xi_t \quad [3],$$

kur $F_t = (f_t', f_{t-1}', \dots, f_{t-q}')'$ ir r -dimensiju vektors ar $r \leq m(q+1)$, matricas Λ i -tā rinda ir $(\lambda_{i0}, \lambda_{i1}, \dots, \lambda_{iq})$ un $\beta = (\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_q)'$.

Šādi izteikts modelis atvieglo aprēķinus, jo ļauj vieglāk novērtēt modeli ar galvenajām komponentēm. Apskata mērķa funkciju

$$V(F, \Lambda) = \frac{1}{nT} \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^T (x_{it} - \lambda_i' F_t)^2.$$

Funkcijas $V(F, \Lambda)$ minimizācijas problēma ir ekvivalenta $tr(A' X' X A)$ ar nosacījumu $A' A = I$ maksimizācijas problēmai.

Raksturotā minimizācijas problēma risināma kā galveno komponentu uzdevums, pielīdzinot $\hat{\Lambda}$ matricas $X' X$ īpašvektoriem (matricas X dimensija ir $(T \times n)$), kuri atbilst r lielākajām, dilstošā secībā sakārtotajām, īpašvērtībām, un rezultātu reizinot ar \sqrt{n} . Tādējādi galveno komponentu novērtējums ir

$$\hat{F} = \frac{X\hat{\Lambda}}{n}.$$

Ja $n > T$, F var būt vēl vieglāk novērtējams, lietojot $T \times T$ matricu XX' . Neparametrisks \tilde{F} novērtējums iegūts kā īpašvektoru matrica, matricas XX' pirmās r lielākās īpašvērtības dalot ar \sqrt{T} . Tā kā telpas, kuras veido \hat{F} un \tilde{F} , sakrīt, var izmantot jebkuru novērtējumu.

2. M. FORNI, M. ALĒNA, M. LIPI UN L. REIHLINAS GDFM

Otrais pētījumā lietotais modelis balstīts uz M. Forni, M. Alēna, M. Lipi un L. Reihlinas pētījumu. (13) Tāpat kā Stoka–Votsona faktoru modelī pieņem, ka datu x_t variāciju var sadalīt divās daļās: kopējā komponente χ_t un idiosinkrātiskā komponente ξ_t

$$X_t = \chi_t + \xi_t \quad [4].$$

Jāuzsver šā modeļa līdzība Stoka–Votsona faktoru modelim; [4] vienādojumu var pārrakstīt arī tādā pašā veidā kā [2] vienādojumu

$$X_t = \lambda(L)f_t + \xi_t.$$

Tāpat kā Stoka–Votsona faktoru modelī nepieciešams noskaidrot, cik lielu daļu no kopējās $x_{n,t}$ variācijas Γ_{nk}^T (T – izlases periodu skaits, n – laikrindu skaits un k – laika nobīžu skaits) izskaidro kopējā variācijas komponente Γ_{nk}^Z un cik – idiosinkrātiskā variācijas komponente (Γ_{nk}^ξ).

Aprēķini notiek divos soļos.

Pirmkārt, aprēķina spektrālā blīvuma matricu dažādām frekvencēm. Šo aprēķinu ietvaros vispirms aprēķina izlases autokorelācijas matricas Γ_{nk}^T , tad, izmantojot Furjē transformāciju, aprēķina spektrālā blīvuma matricas dažādām frekvencēm, lietojot Bartleta laika nobīžu loga novērtētāju (*lag-window estimator*). No tā var iegūt vērtējumus kopējām un idiosinkrātiskajām kovariācijas matricām – Γ_{nk}^Z un Γ_{nk}^ξ .

Otrkārt, no kovariācijas matricām var konstruēt lineāru pašreizējā perioda kombināciju, kura sniedz mazāko kopējās variācijas un idiosinkrātiskās variācijas attiecību, lietojot vispārējo galveno komponentu (*generalised principal component*) metodi.

Sīkāk šis modelis un tā īpašības raksturotas 2. pielikumā un (12) un (13).

3. STOKA–VOTSONA FAKTORU MODEĻA UN GDFM SALĪDZINĀJUMS

Stoka–Votsona faktoru modelim un GDFM ir trīs svarīgas atšķirības (tālāk norādītais pamatots uz (12) un (13)). Pirmkārt, atšķiras svāri, aprēķinot kopējos faktorus. Stoka–Votsona faktoru modelis lieto standarta galveno komponentu

metodi, lai iegūtu kopējos faktorus. GDFM savukārt izmanto vērtējumu, kas balstīts uz vispārējo galveno komponentu metodi. Vispārējo galveno komponentu metodi intuitīvi var saprast kā standarta galveno komponentu metodi, kas aprēķināta, pamatojoties uz svērtiem datiem, kur svāri ir apgriezti proporcionāli idiosinkrātiskās komponentes variācijai. Tāda svēršana ir efektīvāka novērtēšanas metode.

Otrkārt, atšķiras kopējo faktoru aprēķināšana (projekcijā). Stoka–Votsona faktoru modelis izmanto mazāko kvadrātu metodi, savukārt GDFM lieto neparametrisku regresiju, kas ņem vērā dinamisko faktoru un to novēloto vērtību atšķirību, izmantojot ranga redukciju (*imposing rank reduction*) spektrālā biežuma matricai.

Treškārt, metodes atšķiras pēc veida, kā ar to palīdzību prognozē idiosinkrātisko komponenti. Stoka–Votsona faktoru modelis lieto novēlotās vērtības, aprēķinot prognozi, savukārt GDFM prognozē idiosinkrātisko komponenti, izmantojot pieņēmumu par kopējās un idiosinkrātiskās komponentes ortogonalitāti.

No aprēķinu un ikdienas lietošanas viedokļa Stoka–Votsona faktoru modeļa statistikas reprezentācijas priekšrocība ir novērtēšanas tehnikas vienkāršība.

4. IZMANTOTIE DATI

IKP prognozēšanai (IKP dinamiku sk. 1. att.) izmantoti 126 ekonomisko rādītāju ceturkšņa dati (no 2000. gada 2. ceturkšņa līdz 2006. gada 4. ceturksnim; 27 ceturkšņi).

Šajā ekonomisko rādītāju kopā ietverta informācija par šādām statistisko datu grupām.

- IKP nozaru (A–O) dalījumā (kopā 16 rādītāju).
- Rūpniecības produkcijas fiziskā apjoma indekss salīdzinājumā ar iepriekšējā gada atbilstošo periodu (apstrādes rūpniecība, pārtikas produktu un dzērienu ražošana, koksnes un koka izstrādājumu ražošana, apģērbu ražošana, poligrāfiskā rūpniecība u.c. rūpniecības nozares – kopā 21 rādītājs).
- IKP izlietojums (patēriņš, investīcijas, pieprasījums, imports un eksports utt. – kopā 8 rādītāji).
- Algu statistika (statistika nozaru dalījumā: lauksaimniecība, būvniecība, transports, izglītība un citas nozares – kopā 16 rādītāju).
- Jaunie pasūtījumi Latvijas tirgū un eksportam (statistika nozaru dalījumā – kopā 26 rādītāji).
- Inflācijas rādītāji (preču un pakalpojumu grupu dalījumā: pārtika un bezalkoholiskie dzērieni, alkoholiskie dzērieni un tabaka, veselība, transports, sakari, izglītība, atpūta utt. – kopā 13 rādītāju).
- Deflatori (11 rādītāju).
- Nodarbinātības rādītāji (bezdarbnieku skaits, bezdarba līmenis, vakances u.c. – kopā 7 rādītāji).

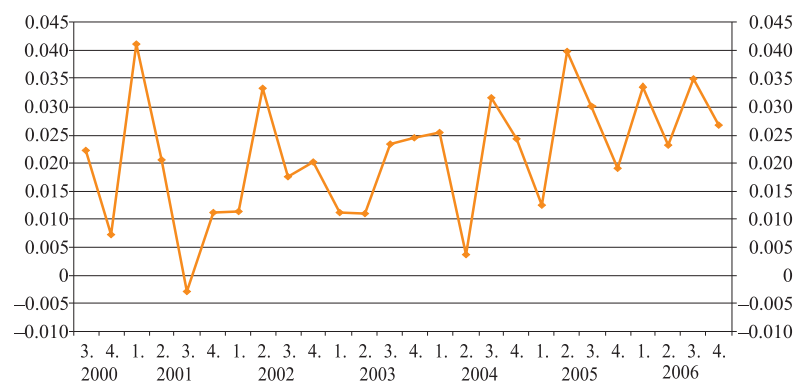
- Pārējie rādītāji (skaidrā nauda apgrozībā, procentu likmes u.c. – kopā 8 rādītāji).

(Visu datu sarakstu sk. 4. pielikumā.)

Laikrindas logaritmētas, sezonāli izlīdzinātas un diferencētas, iegūstot stacionāras laikrindas. Tādējādi lielākoties lietotas pirmās starpības. Veicot aprēķinus ar GDFM, pirms aprēķiniem no datiem atņemts vidējais (attiecīgi, veidojot prognozi, to pieliek klāt). Viena no risināmām prognozēšanas problēmām – dažādu laikrindu dati pieejami dažādos periodos. Piemēram, kad Latvijā publicēti IKP dati, daļai rādītāju attiecīgā ceturkšņa dati (piemēram, rūpniecības produkcijas fiziskā apjoma indekss, algu statistika, jaunie pasūtījumi, nodarbinātības un monetārie dati) jau pieejami. Abas minētās prognozēšanas metodes paredz pilnu matricu izmantošanu. Šī problēma risināta šādi: tās laikrindas, kurās nebija pēdējā perioda, pārceltas par vienu periodu tālāk, t.i., ja laikrindas sakārtotas kolonnās, kur pēdējais periods ir uz leju – arī attiecīgā kolonnas rinda tiek pabīdīta uz leju.

1. attēls

Latvijas IKP pieaugums



5. EMPĪRISKIE REZULTĀTI

Tā kā autoru izmantoto datu kopai ir neliels laikrindas dimensijas novērojumu skaits (tikai 27), rodas ierobežojumi, kas saistīti ar faktoru un maksimālo laika nobīžu skaitu.

Tika lietotas četras prognozēšanas stratēģijas. Katras stratēģijas ietvaros veikta IKP prognoze 0 (operatīvais novērtējums – *nowcasting*) vienam un diviem soļiem uz priekšu. Prognoze diviem soļiem uz priekšu aplūkota kā y_{t+2} projekcija uz t laika momentā noteiktiem skaidrojošajiem mainīgajiem. Ārpus izlases (*out-of-sample*) prognozēšanas periods – 2005. gada 1. ceturksnis–2006. gada 3. ceturksnis. Tādējādi faktiski aprēķiniem lieto 19 periodu laikrindu. Tradicionāli prognozēšana novērtēta ar RMSFE. Jo mazāka šī kļūda, jo labāks rezultāts.

Pirmajā pieejā (S–W) izmantota Stoka–Votsona metodika: izvēlēts modelis, kas sniedz labāko prognozi minimālās RMSFE nozīmē apskatāmajā ārpusizlases intervālā, pārskatot modeļus no dažādu 12 faktoru un trijām to laika nobīžu kombinācijām. Turklāt pēc katra prognozēšanas soļa faktori un modeļa koeficienti pārrēķināti, ņemot vērā jauno pieejamo informāciju, bet modeļa specifikāciju saglabājot nemainīgu.

Otrajā pieejā (S–W *fbic*) arī izmantota Stoka–Votsona metodika: meklēts labākais modelis [1] saskaņā ar BIK novērtēšanas intervālā no 2000. gada 3. ceturkšņa līdz

2004. gada 4. ceturksnim, modelī izmantojot dažādas pirmo 12 faktoru kombinācijas (bez laika nobīdēm). Pēc katra prognozēšanas soļa faktori un modeļa koeficienti pārrēķināti, ņemot vērā jauno pieejamo informāciju, bet saglabājot modeļa specifikāciju nemainīgu.

Trešā pieeja (*S–W flagbic*) arī balstās uz Stoka–Votsona metodiku. Šajā gadījumā apskatīti modeļi ar pirmo četru faktoru un šo faktoru divu laika nobīžu kombinācijām novērtēšanas intervālā no 2000. gada 3. ceturkšņa līdz 2004. gada 4. ceturksnim; labākais no tiem izvēlēts atbilstoši BIK. Atlikusī analīzes daļa veikta analogiski otrajai pieejai.

Ceturtajā pieejā (GDFM) izmantota M. Forni, M. Alēna, M. Lipi un L. Reihlinas metodika. Lietoto dinamisko un statisko faktoru skaita izvēle šajā pētījumā veikta šādi. Tā kā šis ir pseidoreālā laika vingrinājums¹, katrā periodā izmantota viena un tā pati prognozēšanas stratēģija (nevis modelis), t.i., iedomājoties hipotētisku prognozētāju, kurš katrā periodā labāka modeļa izvēlei nemainīgi lieto vienu un to pašu principu. Šajā gadījumā prognozētājs katrā periodā:

- a) atrod to dinamisko un statisko faktoru kombināciju, kas prognozēm dod vismazāko vidējo kvadrātisko novirzi pagātnē (šajā gadījumā – no datubāzes sākuma 2000. gada), ja prognozējot lieto šo dinamisko un statisko faktoru kombināciju;
- b) izmanto šo kombināciju, prognozējot nākamo periodu.

Aprēķinos lietota arī dinamisko faktoru skaita noteikšanas metode, kas pamatojas uz spektrālā biežuma matricu īpašvērtību "lēcienu". Metode raksturota (13), taču tā devusi sliktākus prognozēšanas rezultātus nekā jau minētā metode (statisko faktoru skaits vēl arvien izvēlēts ar a) metodi).

Aprēķinos izmantoti (12) veidotie publiski pieejamie kodī (29), kā arī šā raksta autoru izveidotie *Matlab* programmatūras kodī.

Visi faktoru modeļi salīdzināti ar parauga (*benchmark*) modeli, kurš izvēlēts no visiem autoregresīvajiem modeļiem, pamatojoties uz BIK (labākais izrādījies modelis ar piekto laika nobīdi un konstanti).

Jāatzīmē, ka pēc pirmās pieejas izvēlēto modeļu prognozes nedrīkst salīdzināt ar pārējo modeļu prognozēm, jo *S–W* pieejā modeļi izvēlēti tieši uz *ex post* prognožu bāzes. Tāpēc dabiski, ka šiem modeļiem ir labākie prognožu raksturojumi. Labas prognozēšanas īpašības fiksētā ārpus izlases intervālā ir priekšnosacījums šo modeļu turpmākai lietošanai prognozēšanas nolūkā. Tomēr nav garantijas, ka izvēlēto modeļu prognozēšanas īpašības būs tikpat labas arī turpmāk. Starp autoregresīvajiem modeļiem labākais pēc *ex post* prognozēm izrādījies tas pats modelis ar piekto laika nobīdi un konstanti, kurš tika izmantots kā parauga modelis.

Ārpusizlases prognozes un faktiskos IKP datus sk. 3. pielikumā.

1. tabulā sniegtas faktoru un parauga regresiju modeļa RMSFE attiecības vērtības. Ja attiecības vērtība mazāka par vienību, prognozes kvalitāte šim modelim labāka nekā parauga modelim.

¹ Reālā laika prognoze nozīmē, ka katrā prognozē ietverta tikai informācija, kas pieejama attiecīgajā periodā, tomēr šajā gadījumā pievienots vārds "pseido", jo neņem vērā datu precizēšanu, ko periodiski veic, piemēram, CSP, un lieto precizēto datu kopu.

1. tabula

Dažādu modeļu RMSFE

Prognozēšanas horizonts	S-W	S-W <i>flagbic</i>	S-W <i>fbic</i>	GDFM
0 (operatīvais novērtējums)				
RMSFE	0.0036	0.0086	0.0132	0.0100
D-M <i>p</i> -vērtības	0.1411	0.5282	0.3239	0.7072
Relatīvais pret parauga modeli RMSFE	0.3293	0.7911	1.2110	0.9107
1 solis				
RMSFE	0.0052	0.0102	0.0104	0.0096
D-M <i>p</i> -vērtības	0.0777	0.7206	0.7812	0.5587
Relatīvais pret parauga modeli RMSFE	0.4797	0.9281	0.9518	0.8818
2 soļi				
RMSFE	0.0038	0.0101	0.0093	0.0110
D-M <i>p</i> -vērtības	0.1109	0.7516	0.6190	0.9730
Relatīvais pret parauga modeli RMSFE	0.3478	0.9277	0.8509	1.0060

S-W – 12 faktoru, trīs laika nobīdes, *ex post* RMSFE labākais modelis;

S-W *flagbic* – četri faktori, divas laika nobīdes, novērtēšanas periods – no 2003. gada 3. ceturkšņa līdz 2004. gada 4. ceturksnim, BIK ADL modeļa novērtēšanai, labākais modelis;

S-W *fbic* – 12 faktoru, bez laika nobīdēm, novērtēšanas periods – no 2003. gada 3. ceturkšņa līdz 2004. gada 4. ceturksnim, BIK ADL modeļa novērtēšanai, labākais modelis;

D-M *p*-vērtības – Dībolda–Mariāno testa *p*-vērtības.

Ja salīdzina, pamatojoties uz relatīvo RMSFE vērtību, attiecībā pret parauga modeli iespējams panākt uzlabojumu. Labākais operatīvais novērtējums ir S-W *flagbic* izvēlētajam modelim. Labāko prognozi vienam solim uz priekšu var iegūt, izmantojot GDFM stratēģiju, un diviem soļiem uz priekšu – S-W *fbic* stratēģijas ietvaros izvēlētajam modelim.

Tomēr F. Dībolda (*F. Diebold*) un R. S. Mariāno (*R. S. Mariano*) tests (11; testa aprakstu sk. 1. pielikumā) rāda, ka šīs atšķirības nevar uzskatīt par statistiski nozīmīgām (kas nez vai ir pārsteidzoši, ņemot vērā, ka prognozēti tikai septiņi periodi). *Ex post* labākais modelis sniedz aptuveni trīs reizes mazāku RMSFE nekā parauga modelis, kaut gan F. Dībolda un R. S. Mariāno tests rāda uzlabojumu tikai uz nozīmības robežas.

SECINĀJUMI

Pētījuma mērķis ir novērtēt modeļus, kuri izmanto lielu ekonomisko mainīgo datu kopu, lietojuma lietderību Latvijas IKP prognozēšanā. Izmantoti divi faktoru modeļi: Stoka–Votsona faktoru modelis un GDFM, šo modeļu prognožu rezultātus salīdzinot ar autoregresīvo parauga modeli.

Rezultāti rāda, ka pagaidām gan Stoka–Votsona faktoru modelis, gan arī GDFM salīdzinājumā ar vienkāršākiem autoregresīvajiem modeļiem lielākoties tomēr spēj sniegt prognozes uzlabojumu, taču šis uzlabojums nav statistiski nozīmīgs, ja lieto formāli statistiskus testus (kā šajā gadījumā F. Dībolda un R. S. Mariāno tests). Pagaidām pieejami dati par ļoti īsu laika sprīdi: salīdzināti tika tikai septiņi periodi un laikrindā, no kuras izsecināts modelis, bija 20 periodu, tāpēc rezultātus nevarētu uzskatīt par galīgiem.

Šajā pētījumā lietoti ceturkšņa dati (mēnešu dati apkopoti ceturkšņos), prognozēšanā izmantojot visu pieejamo datubāzi (126 laikrindas). Kā norāda Ž. Buavēns un S. Nga (*S. Ng*) (4) un kā citos darbos arī pierādīts empīriski (24), plašākas datubāzes izmantošana ne vienmēr uzlabo prognozēšanas rezultātus, ja idiosinkrātiskā daļa korelē starp laikrindām. Turpmākajā darbā vēlamas pārmaiņas datubāzes izvēlē. Tāpat šajā pētījumā lietota sabalansēta datu kopa (tikai ceturkšņa dati). Lietojot Stoka–Votsona faktoru modeli, iespējams rezultātu uzlabojums, izmantojot nesabalansētas laikrindas (lietojot gan mēneša, gan arī ceturkšņa datus).

PIELIKUMI*1. pielikums***F. Dībolds un R. S. Mariāno tests**

F. Dībolds un R. S. Mariāno testē nulles hipotēzi, pārbaudot, vai divu prognožu RMSFE ir vienādas. Pieņem, ka e'_t un e''_t ir divas konkurējošās prognozēšanas kļūdas un $d_t = e'^2_t - e''^2_t$, kur $t = 1, 2, \dots, P$. F. Dībolds un R. S. Mariāno statistika ir šāda.

$$DM = \frac{\bar{d}}{\sigma_d} \sim t(P-1) \quad [P1],$$

$$\text{kur } \bar{d} = \frac{1}{P} \sum_{t=1}^P d_t,$$

$$\sigma_d = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^P (e'^2_t - e''^2_t)^2 - [\sum_{t=1}^P (e'^2_t - e''^2_t)]^2 / P}{P(P-1)}}.$$

Testa statistika sniegta Stjūdenta sadalījumā ar $P - 1$ brīvības pakāpēm. Ja nulles hipotēzi noraida, statistiskā zīme rāda labāko prognozēšanas modeli. Ja statistikas vērtība ir pozitīva, pirmā prognoze ir būtiski labāka par otro prognozi; ja statistikas vērtība ir negatīva, otrā prognoze ir būtiski labāka par pirmo prognozi.

2. pielikums

M. Forni, M. Alēna, M. Lipi un L. Reihlinas (13) aprēķinu kārtība

Tehniski veic šādus soļus. Sākumā aprēķina kovariācijas matricas Γ_{nk}^T , kur Γ_{nk}^T ir k pakāpes autokorelācijas matrica:

$$\Gamma_{nk}^T = \left(\frac{1}{(T-k)} \right) \sum_{t=k+1}^T X_{n,t} X'_{n,t-k} \quad [P2],$$

tādējādi iegūstot matricas robežās $\Gamma_{n(-k)}^T, \dots, \Gamma_{n0}^T, \dots, \Gamma_{nk}^T$;

kur $X_{n,t} = (x_{1t}, \dots, x_{nt})'$; n – aprēķinos lietoto laicrindu skaits, T – periodu skaits datu kopā.

Tālāk aprēķina spektrālo blīvuma matricu

$$\Sigma_n^T(\theta_s) = \sum_{k=-M}^M w_k \Gamma_{nk}^T e^{-i\theta_s k} \quad [P3],$$

kur $\Sigma_n^T(\theta_s)$ ir $(n \times n)$ matricas, aprēķinātas spektram $\theta_s = \frac{2s\pi}{2M+1}$, kur $s = -M, -M+1, \dots, M$; $M = \text{round}(\sqrt{T})$ un $w_k = 1 - \frac{|k|}{M+1}$.

Tehniski šīs matricas iegūst reizinot:

$$\begin{bmatrix} \Gamma_{n(-k)}^T(1,1) & \dots & \Gamma_0^T(1,1) & \dots & \Gamma_{nk}^T(1,1) \\ \Gamma_{n(-k)}^T(1,2) & \dots & \Gamma_0^T(1,2) & \dots & \Gamma_{nk}^T(1,2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Gamma_{n(-k)}^T(1,n) & \dots & \Gamma_0^T(1,n) & \dots & \Gamma_{nk}^T(1,n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & e^{ik\theta_0} & e^{ik\theta_1} & \dots & e^{-ik\theta_{2M}} \\ 1 & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & e^{-ik\theta_0} & e^{-ik\theta_1} & \dots & e^{ik\theta_{2M}} \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} \Gamma_{n(-k)}^T(1,1) + \dots + \Gamma_{n0}^T(1,1) + \dots + \Gamma_{nk}^T(1,1) & \Gamma_{n(-k)}^T(1,1)e^{i2\theta_1} + \dots + \Gamma_{n0}^T(1,1) + \dots + \Gamma_{nk}^T(1,1)e^{-i2\theta_1} & \dots & \dots & \dots \\ \Gamma_{n(-k)}^T(1,2) + \dots + \Gamma_{n0}^T(1,2) + \dots + \Gamma_{nk}^T(1,2) & \Gamma_{n(-k)}^T(1,2)e^{i2\theta_1} + \dots + \Gamma_{n0}^T(1,2) + \dots + \Gamma_{nk}^T(1,2)e^{-i2\theta_1} & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}.$$

Attiecīgi pirmā kolonna veido $\Sigma_n^T(\theta_s)$ $s=0$, otrā – $s=1$. Tādējādi iegūst $s=0, 1, \dots, 2M$ matricas $\Sigma_n^T(\theta_s)$.

No šīm matricām aprēķina pirmās q īpašvērtības (q – dinamisko faktoru skaits; pieņem, ka zināms) un iegūst $\Sigma_n^{qT}(\theta_s)$ matricas $s=0, 1, \dots, 2M$,

$$\Sigma_n^{\chi^T}(\theta_s) = \lambda_{n1}^T(\theta) \tilde{p}_{n1}^T p_{n1}^T + \dots + \lambda_{nq}^T(\theta) \tilde{p}_{nq}^T p_{nq}^T, \quad [\text{P4}],$$

kur $\lambda_{nj}^T(\theta)$ ir attiecīgās $\Sigma_n^T(\theta_s)$ matricas j -tā lielākā īpašvērtība, bet p_{nj}^T – j -tais atbilstošais īpašvektors, \tilde{p}_{nj}^T nozīmē, ka vektors transponēts un konjugēts. Tātad atkal iegūst $2M+1$ matricas. Šajā gadījumā ņem q lielākās īpašvērtības.

No $\Sigma_n^{\chi^T}(\theta_s)$ matricām jau var iegūt $\Gamma_{nh}^{\chi^T}$ matricu, lietojot inverso Furjē transformāciju

$$\Gamma_{nh}^{\chi^T} = \left(\frac{1}{(2M+1)} \right) \sum_{h=-M}^M \Sigma_n^{\chi^T}(\theta_s) e^{i\theta_h k} \quad [\text{P5}].$$

$Z_n^T = (Z_{n1}^T \dots Z_{nr}^T)$, Z_{nj}^T ir vispārējo īpašvektoru (*generalised eigenvectors*) problēmas rindas vektors matricu pārim $(\Gamma_{n0}^{\chi^T}, \Gamma_{n0}^{\xi^T})$ un r – statisko faktoru skaits, tātad Z_n^T ir $(r \times n)$ matrica, kur $\Gamma_{n0}^{\xi^T} = \Gamma_{n0}^T - \Gamma_{n0}^{\chi^T}$.

No iegūtajiem rādītājiem var aprēķināt matricu

$$K_n^{Th} = \Gamma_{nh}^{\chi^T} Z_n^T (Z_n^T \Gamma_{n0}^T Z_n^T)^{-1} Z_n^T, \quad [\text{P6}]$$

un atbilstošo projekciju

$$\chi_{i,T+hT}^{nT} = \sum_{j=1}^n K_{n,ij}^{Th} \chi_{jT} \quad [\text{P7}],$$

kur $K_{n,ij}^{Th}$ – K_n^{Th} matricas elements attiecīgi i -tā rindā un j -tā kolonnā.

Tādējādi iegūst $\chi_{i,T+hT}^{nT}$ – $(1 \times n)$ rindas matricu, kura prognozē, izmantojot ar kopējiem faktoriem izskaidroto daļu.

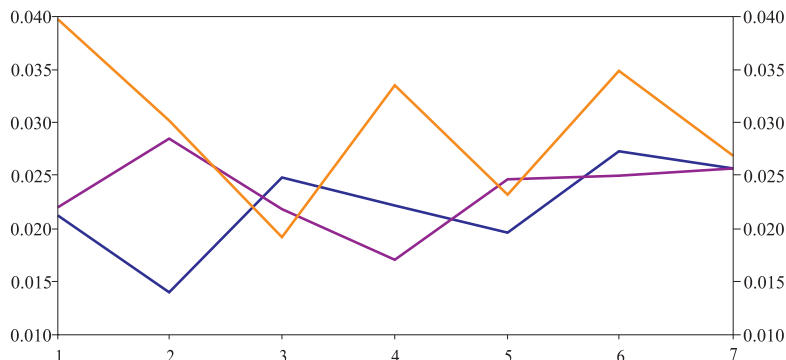
3. pielikums

IKP prognozes grafiskais attēlojums

P1. attēls

**Operatīvais novērtējums
(GDFM modelis)**

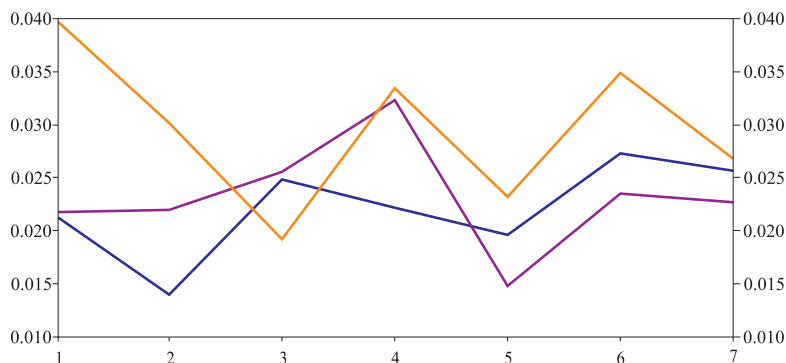
— Faktiskie dati
— Parauga modelis
— Operatīvais novērtējums



P2. attēls

**Viena soļa uz priekšu prognoze
(GDFM modelis)**

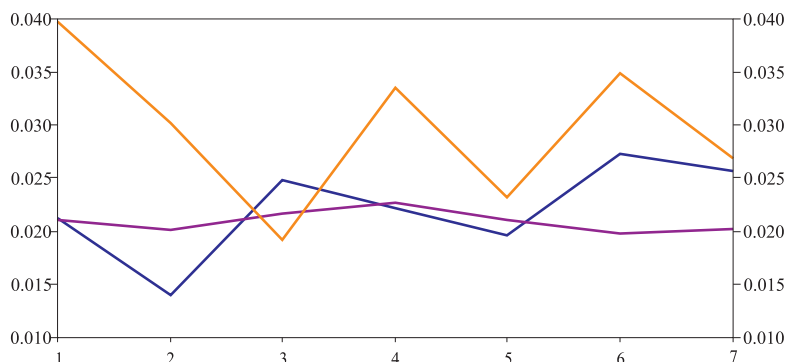
— Faktiskie dati
— Parauga modelis
— Viena soļa uz priekšu prognoze



P3. attēls

**Divu soļu uz priekšu prognoze
(GDFM modelis)**

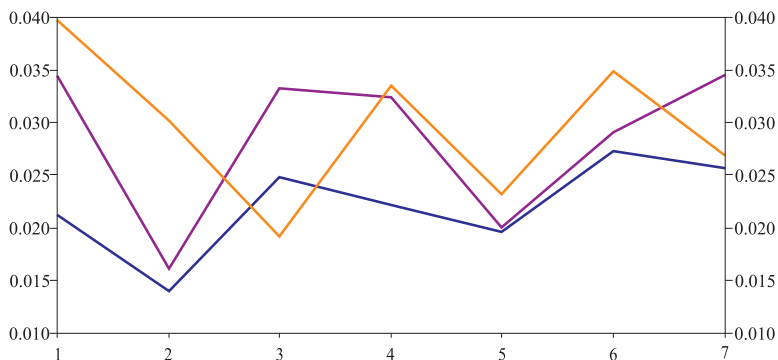
— Faktiskie dati
— Parauga modelis
— Divu soļu uz priekšu prognoze



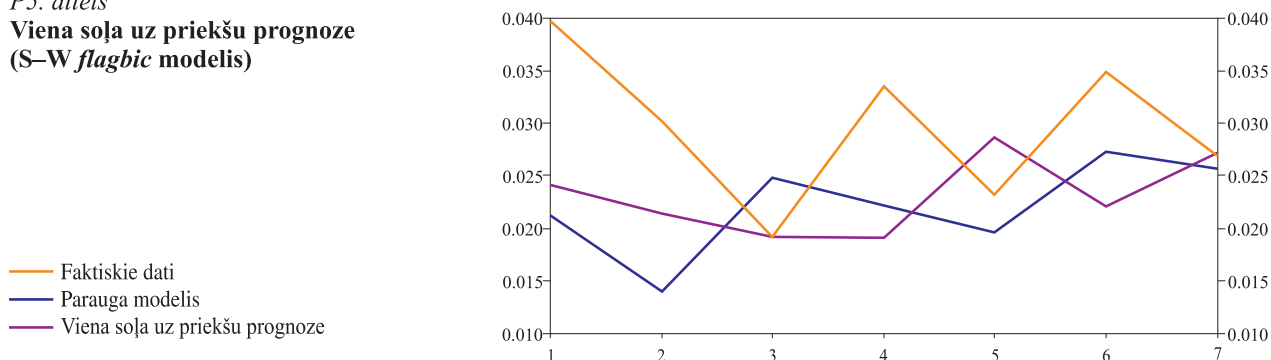
P4. attēls

**Operatīvais novērtējums
(S-W flagbic modelis)**

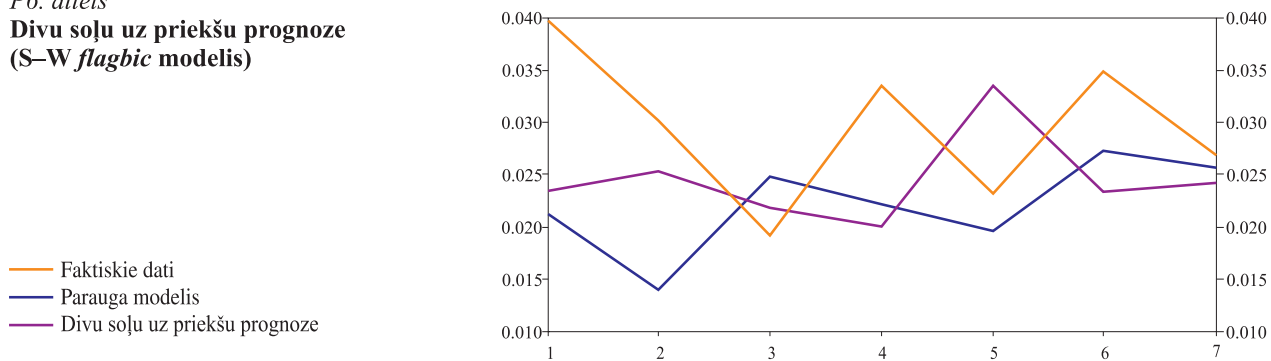
— Faktiskie dati
— Parauga modelis
— Operatīvais novērtējums



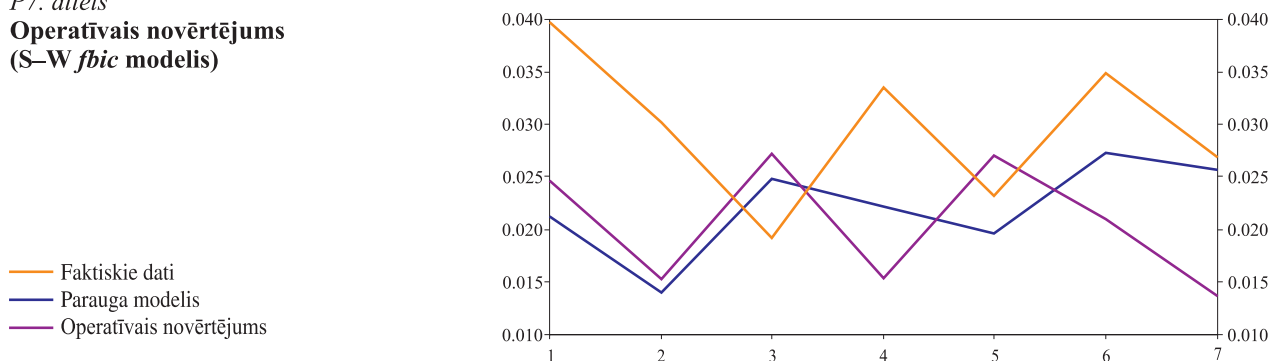
P5. attēls
Viena soļa uz priekšu prognoze
 (S-W *flagbic* modelis)



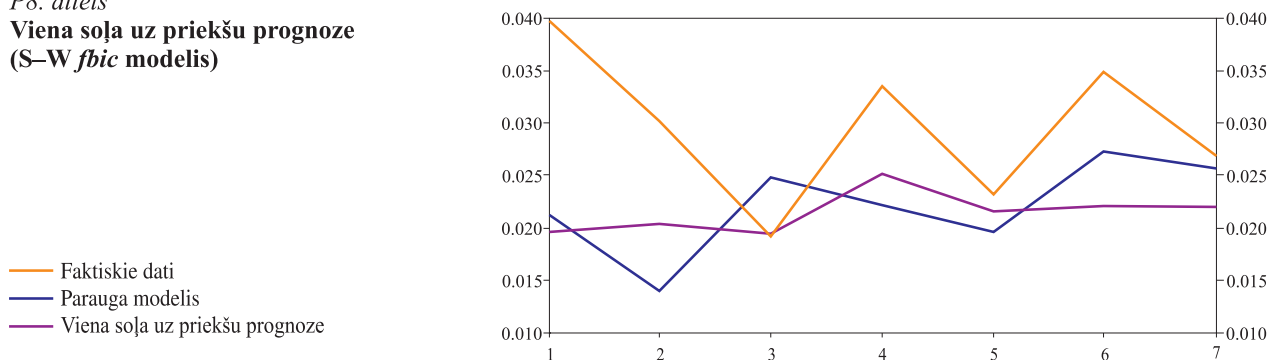
P6. attēls
Divu soļu uz priekšu prognoze
 (S-W *flagbic* modelis)



P7. attēls
Operatīvais novērtējums
 (S-W *fbic* modelis)

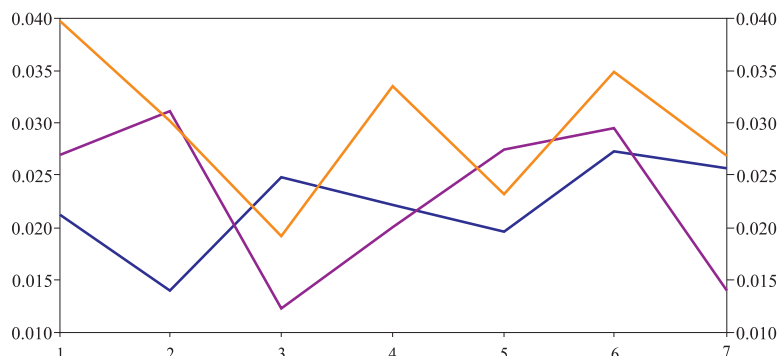


P8. attēls
Viena soļa uz priekšu prognoze
 (S-W *fbic* modelis)



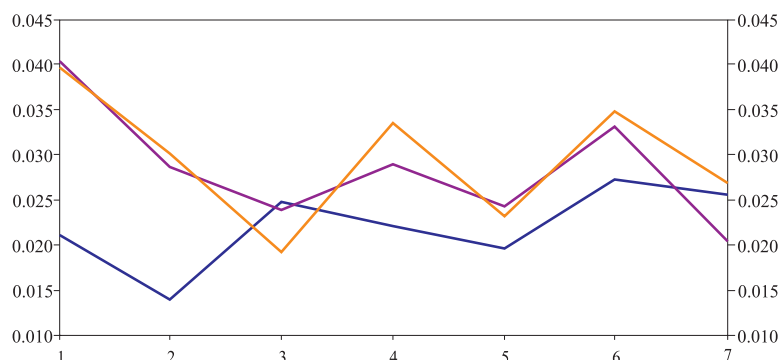
P9. attēls
Divu soļu uz priekšu prognoze
(S-W *fbic* modelis)

— Faktiskie dati
 — Parauga modelis
 — Divu soļu uz priekšu prognoze



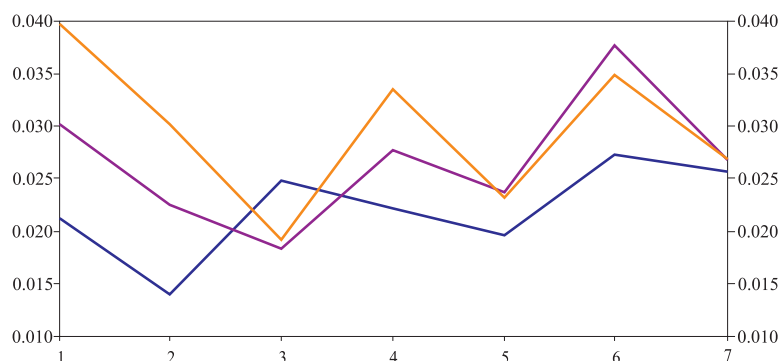
P10. attēls
Operatīvais novērtējums
(S-W modelis)

— Faktiskie dati
 — Parauga modelis
 — Operatīvais novērtējums



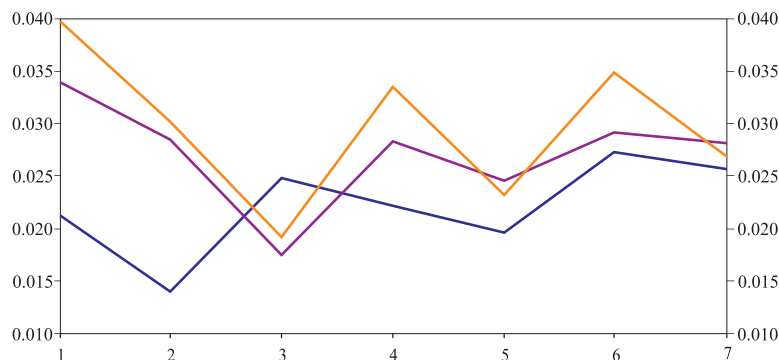
P11. attēls
Viena soļa uz priekšu prognoze
(S-W modelis)

— Faktiskie dati
 — Parauga modelis
 — Viena soļa uz priekšu prognoze



P12. attēls
Divu soļu uz priekšu prognoze
(S-W modelis)

— Faktiskie dati
 — Parauga modelis
 — Divu soļu uz priekšu prognoze



4. pielikums

Datu uzskaitījums

IKP pieaugums salīdzināmajās cenās kopumā un nozaru dalījumā

- 1 IKP– iekšzemes kopprodukts
- 2 A – lauksaimniecība, medniecība un mežsaimniecība
- 3 B – zvejniecība
- 4 C – ieguves rūpniecība un karjeru izstrāde
- 5 D – apstrādes rūpniecība
- 6 E – elektroenerģija, gāzes un ūdens apgāde
- 7 F – būvniecība
- 8 G – vairumtirdzniecība un mazumtirdzniecība; auto, moto un sadzīves priekšmetu un aparatūras remonts
- 9 H – viesnīcas un restorāni
- 10 I – transports, glabāšana un sakari
- 11 J – finanšu starpniecība
- 12 K – operācijas ar nekustamo īpašumu, noma un cita komercdarbība
- 13 L – valsts pārvalde un aizsardzība; obligātā sociālā apdrošināšana
- 14 M – izglītība
- 15 N – veselība un sociālā aprūpe
- 16 O – produktu nodokļi (mīnus subsīdijas)

Rūpniecības produkcijas fiziskā apjoma indekss salīdzinājumā ar iepriekšējā gada atbilstošo periodu kopumā un nozaru dalījumā

- 17 Rūpniecība kopā
- 18 Ieguves rūpniecība
- 19 Apstrādes rūpniecība
- 20 Pārtikas produktu un dzērienu ražošana
- 21 Tekstilizstrādājumu ražošana
- 22 Apģērbu ražošana
- 23 Ādas apstrāde un ādas izstrādājumu ražošana
- 24 Koksnes un koka izstrādājumu ražošana
- 25 Celulozes, papīra un papīra izstrādājumu ražošana
- 26 Poligrāfiskā rūpniecība
- 27 Ķīmisko vielu, to izstrādājumu un ķīmisko šķiedru ražošana
- 28 Gumijas un plastmasas izstrādājumu ražošana
- 29 Pārējo nemetālisko minerālu izstrādājumu ražošana
- 30 Gatavo metālizstrādājumu ražošana, izņemot mašīnas un iekārtas
- 31 Citur neklasificētu mašīnu un aparātu ražošana
- 32 Elektrisko mašīnu un aparātu ražošana
- 33 Radio, televīzijas un sakaru iekārtu un aparatūras ražošana
- 34 Citu transportlīdzekļu iekārtu ražošana
- 35 Mēbeļu ražošana
- 36 Elektroenerģijas, gāzes un ūdens apgāde
- 37 Otrreizējā pārstrāde

IKP izlietojums (2000. gada cenās)

- 38 Patēriņš
- 39 Patēriņš, mājsaimniecību
- 40 Patēriņš, valdības
- 41 Investīcijas
- 42 Fiksētās investīcijas
- 43 Vietējais pieprasījums
- 44 Preču un pakalpojumu eksports
- 45 Preču un pakalpojumu imports

Nominālā alga tautsaimniecībā kopumā un nozaru dalījumā (latos)

- 46 Visa tautsaimniecība
- 47 Lauksaimniecība, medniecība un ar to saistītie pakalpojumi
- 48 Zvejniecība
- 49 Rūpniecība
- 50 Rūpniecība, ieguves
- 51 Rūpniecība, apstrādes
- 52 Rūpniecība, elektroenerģija, gāze, ūdens
- 53 Būvniecība
- 54 Vairumtirdzniecība un mazumtirdzniecība
- 55 Viesnīcas un restorāni
- 56 Transports, glabāšana un sakari
- 57 Finanšu starpniecība
- 58 Operācijas ar nekustamo īpašumu
- 59 Valsts pārvalde un aizsardzība, obligātā sociālā apdrošināšana
- 60 Izglītība
- 61 Veselība un sociālā aprūpe

Jaunie pasūtījumi (tūkst. latu)

- 62 Tekstilizstrādājumi – Latvijas tirgū
- 63 Šūšana – Latvijas tirgū
- 64 Papīrs – Latvijas tirgū
- 65 Ķīmija – Latvijas tirgū
- 66 Metāls – Latvijas tirgū
- 67 Metālizstrādājumi – Latvijas tirgū
- 68 Mašīnas un iekārtas – Latvijas tirgū
- 69 Biroja tehnika un datori – Latvijas tirgū
- 70 Elektriskās mašīnas – Latvijas tirgū
- 71 Radio un televīzija – Latvijas tirgū
- 72 Pulksteņi – Latvijas tirgū
- 73 Automobiļi – Latvijas tirgū
- 74 Pārējie transportlīdzekļi – Latvijas tirgū
- 75 Tekstilizstrādājumi – eksportam
- 76 Šūšana – eksportam
- 77 Papīrs – eksportam
- 78 Ķīmija – eksportam
- 79 Metāls – eksportam
- 80 Metālizstrādājumi – eksportam

- 81 Mašīnas un iekārtas – eksportam
- 82 Biroja tehnika un datori – eksportam
- 83 Elektriskās mašīnas – eksportam
- 84 Radio un televīzija – eksportam
- 85 Pulksteņi – eksportam
- 86 Automobiļi – eksportam
- 87 Pārējie transportlīdzekļi – eksportam

Inflācijas rādītāji

- 88 Pārtika un bezalkoholiskie dzērieni
- 89 Alkoholiskie dzērieni un tabaka
- 90 Apģērbs un apavi
- 91 Mājoklis, ūdens, elektroenerģija, gāze un cits kurināmais
- 92 Mājokļa iekārta, mājturības preces, piederumi un mājas uzkopšana
- 93 Veselība
- 94 Transports
- 95 Sakari
- 96 Atpūta un kultūra
- 97 Izglītība
- 98 Viesnīcas, kafējnīcas un restorāni
- 99 Dažādas preces un pakalpojumi
- 100 Kopā

Deflatori

- 101 IKP
- 102 Kopējā patēriņa
- 103 Mājsaimniecību patēriņa
- 104 Sabiedriskā sektora patēriņa
- 105 Investīciju
- 106 Fiksēto investīciju
- 107 Absorbcijas
- 108 Vietējā pieprasījuma
- 109 Eksporta
- 110 Importa
- 111 Ārējās tirdzniecības

Nodarbinātība

- 112 Bezdarbnieku skaits mēneša beigās
- 113 Bezdarba līmenis (%)
- 114 Saņem pabalstus (skaits)
- 115 Ilgstošie bezdarbnieki (% no bezdarbnieku skaita)
- 116 Īstermiņa bezdarbnieki (% no bezdarbnieku skaita)
- 117 Vakances (skaits)
- 118 Noslodzes koeficients (%)

Pārējie rādītāji

- 119 Skaidrā nauda apgrozībā (milj. latu)
- 120 Latos izsniegto kredītu vidējās svērtās procentu likmes nefinanšu sabiedrībām (%)
- 121 Latos izsniegto kredītu vidējās svērtās procentu likmes mājsaimniecībām (%)
- 122 Dzimušo skaits
- 123 Neizlīdzināti būvniecības produkcijas indeksi (%; 2000 = 100)
- 124 Neizlīdzināti jaunie pasūtījumi būvniecībā (tūkst. latu)
- 125 Neizlīdzināti mazumtirdzniecības apgrozījuma indeksi (%; 2000 = 100)
- 126 Neizlīdzināti automobiļu tirdzniecības un autodegvielas mazumtirdzniecības apgrozījuma indeksi (%; 2000 =100)

LITERATŪRA

1. ARTIS, Michael J., BANERJEE, Anindya, and MARCELLINO, Massimiliano. *Factor Forecasts for the UK*. CEPR Discussion Paper, No. 3119, January 2002.
2. BANERJEE, Anindya, MARCELLINO, Massimiliano, and MASTEN, Igor. *Forecasting Macroeconomic Variables for the New Member States of the European Union*. ECB Working Paper, No. 482, May 2005.
3. BERNANKE, Ben S., BOIVIN, Jean. Monetary Policy in a Data-Rich Environment. *Journal of Monetary Economics*, vol. 50, April 2003, pp. 525–546.
4. BOIVIN, Jean, NG, Serena. *Are More Data Always Better for Factor Analysis?* NBER Working Paper, No. 9829, July 2003.
5. BREITUNG, Jörg, EICKMEIER, Sandra. *Dynamic Factor Models*. Deutsche Bundesbank Discussion Paper Series 1: Economic Studies, No. 38, 2005.
6. CAMBA-MÉNDEZ, Gonzalo, KAPETANIOS, George. *Forecasting Euro Area Inflation Using Dynamic Factor Measures of Underlying Inflation*. ECB Working Paper, No. 402, November 2004.
7. CHAMBERLAIN, Gary, ROTHSCILD, Michael. Arbitrage, Factor Structure, and Mean- Variance Analysis on Large Asset Markets. *Econometrica*, vol. 51, issue 5, September 1983, pp. 1281–1304.
8. CHEUNG, Calista, DEMERS, Frédérick. *Evaluating Forecasts from Factor Models for Canadian GDP Growth and Core Inflation*. Bank of Canada Working Paper, No. 07-8, 2007.
9. CONNOR, Gregory, KORAJCZYK, Robert A. Performance Measurement with the Arbitrage Pricing Theory: A New Framework for Analysis. *Journal of Financial Economics*, vol. 15, issue 3, March 1986, pp. 373–394.
10. D'AGOSTINO, Antonello, GIANNONE, Domenico. *Comparing Alternative Predictors Based on Large-Panel Factor Models*. Central Bank and Financial Services Authority of Ireland Research Technical Paper, No. 14/RT/06, December 2006.
11. DIEBOLD, Francis X., MARIANO, Roberto S. Comparing Predictive Accuracy. *Journal of Business and Economic Statistics*, vol. 13, No. 3, July 1995, pp. 253–263.
12. FORNI, Mario, HALLIN, Marc, LIPPI, Marco, and REICHLIN, Lucrezia. The Generalised Dynamic-Factor Model: Identification and Estimation. *The Review of Economics and Statistics*, vol. 82, issue 4, November 2000, pp. 540–554.
13. FORNI, Mario, HALLIN, Marc, LIPPI, Marco, and REICHLIN, Lucrezia. The Generalised Dynamic-Factor Model: One-Sided Estimation and Forecasting. *Journal of the American Statistical Association*, vol. 100, No. 471, September 2005, pp. 830–840.

14. GAVIN, William T., KLIENSEN, Kevin L. *Forecasting Inflation and Output: Comparing Data-Rich Models with Simple Rules*. Federal Reserve Bank of St. Louis Working Paper, No. 2006-054A, September 2006.
15. GEWEKE, John F. The Dynamic Factor Analysis of Economic Time Series Models. *In: Latent Variables in Socio-economic Models*. Edited by Dennis J. Aigner and Arthur Stanely Goldberger. North Holland, 1977, pp. 365–282.
16. GILLITZER, Christian, KEARNS, Jonathan. *Forecasting with Factors: the Accuracy of Timeliness*. Reserve Bank of Australia Research Discussion Paper, No. 2007-03, April 2007.
17. MARCELLINO, Massimiliano, STOCK, James H., and WATSON, Mark W. Macroeconomic Forecasting in the Euro Area: Country Specific Versus Area-Wide Information. *European Economic Review*, vol. 47, issue 1, February 2003, pp. 1–18.
18. MARINI, Marco, ROSSI, Alessandro. FLASH Version 2.1 User's guide. December 2002, 41 p.
19. MATHESON, Troy. *Factor Model Forecasts for New Zealand*. Reserve Bank of New Zealand Discussion Paper, No. DP2005/01, May 2005.
20. NIEUWENHUYZE, Christophe van. *A Generalised Dynamic Factor Model for the Belgian Economy. Useful Business Cycle Indicators and GDP Growth Forecasts*. National Bank of Belgium Working Paper, No. 80, February 2006.
21. QUAH, Danny, SARGENT, Thomas J. A Dynamic Index Model for Large Cross Sections. *In: Business Cycles, Indicators, and Forecasting*. Edited by James H. Stock and Mark W. Watson. Chicago : NBER and University of Chicago Press, 1993.
22. REIJER, Ard D. *Forecasting Dutch GDP Using Large Scale Factor Models*. De Nederlandsche Bank Working Paper, No. 028, February 2005.
23. SARGENT, Thomas J., SIMS, Christopher A. Business Cycle Modeling Without Pretending to Have Too Much a Priori Economic Theory. *In: New Methods in Business Cycle Research*. Edited by Christopher A. Sims. Minneapolis : Federal Reserve Bank of Minneapolis, 1977.
24. SCHNEIDER, Martin, SPITZER, Martin. *Forecasting Austrian GDP Using the Generalised Dynamic Factor Model*. Oesterreichische National Bank Working Paper, No. 89, August 2004.
25. SCHUMACHER, Christian, DREGER, Christian. *Estimating Large-Scale Factor Models for Economic Activity in Germany: Do They Outperform Simpler Models?* *Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik*, No. 224, 2004, pp. 732–750.
26. SCHUMACHER, Christian. *Forecasting German GDP Using Alternative Factor Models Based on Large Datasets*. Deutsche Bundesbank Discussion Paper Series 1: Economic Studies, No. 24, 2005.

27. STOCK, James H., WATSON, Mark W. *Diffusion Indexes*. NBER Working Paper, No. 6702, August 1998.
28. STOCK, James H., WATSON, Mark W. Macroeconomic Forecasting Using Diffusion Indexes. *Journal of Business and Economic Statistics*, vol. 20, No. 2, April 2002, pp. 147–162.
29. Pieejams: http://www.economia.unimore.it/forni_mario/matlab.htm.